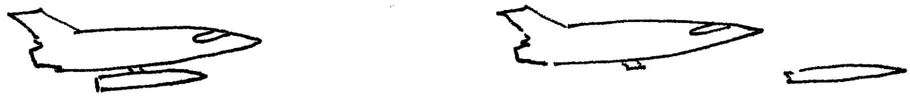
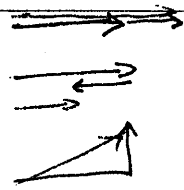
Correction TD 5

1.



<u>conservation de l'impulsion</u> : $(M+m)\vec{V_i} = M\vec{V_f} + m\vec{v}$

donc $\vec{V_f} = \vec{V_i} + \frac{m}{M}\left(\vec{V_i} - \vec{v}\right)$

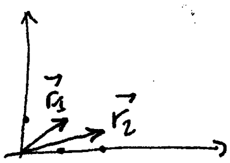


(a) $\vec{V_f} = \left[\left(1+\frac{m}{M}\right)V_i - \frac{m}{M}v\right]\vec{u_x}$

(b) $\vec{V_f} = \left[\left(1+\frac{m}{M}\right)V_i + \frac{m}{M}v\right]\vec{u_x}$

(c) $\vec{V_f} = \left(1+\frac{m}{M}\right)\vec{V_i} + \frac{m}{M}v\vec{u_y}$

2.



(a) $\vec{r_1}(t) = \vec{r_1}(0) + \vec{v_1}t = \vec{i}+\vec{j} + 2\vec{i}t$

$\vec{r_2}(t) = \vec{r_2}(0) + \vec{v_2}t = 2\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + 3\vec{j}t$

$(m_1+m_2)\vec{OG}(t) = m_1\vec{r_1}(t) + m_2\vec{r_2}(t)$

$\vec{OG}(t) = \frac{2}{5}\left(\vec{i}+\vec{j}+2\vec{i}t\right) + \frac{3}{5}\left(2\vec{i}+\frac{1}{2}\vec{j}+3\vec{j}t\right)$

$\vec{OG}(t) = \frac{8}{5}\vec{i} + \frac{7}{6}\vec{j} + \left(\frac{4}{5}\vec{i}+\frac{9}{5}\vec{j}\right)t$

$\vec{v_G}(t) = \frac{4}{5}\vec{i} + \frac{9}{5}\vec{j}$

(c) $T_{(G/R)} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)\vec{v_G}^2 = \frac{1}{2}(4+6)\times\left(\frac{16}{25}+\frac{81}{25}\right) = \frac{97}{5}$ J

(b) $T_{(S/R_G)} = \frac{1}{2}m_1\vec{v}_{1/G}^{\,2} + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_{2/G}^{\,2}$

$= \frac{1}{2}m_1\left(\vec{v_1}-\vec{v_G}\right)^2 + \frac{1}{2}m_2\left(\vec{v_2}-\vec{v_G}\right)^2$

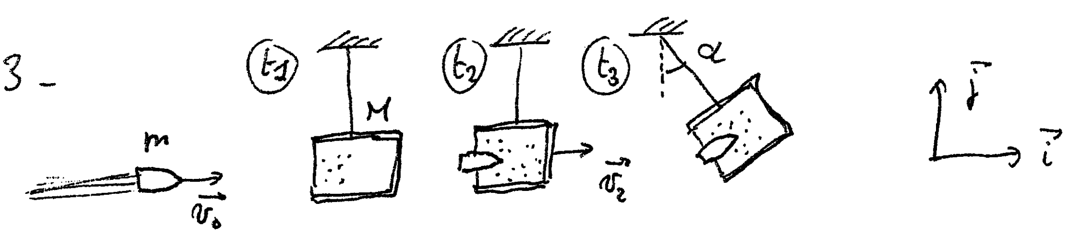
$= \frac{1}{2}\times 4\times\left(\frac{36}{25}+\frac{81}{25}\right) + \frac{1}{2}\times 6\times\left(\frac{16}{25}+\frac{36}{25}\right) = \frac{78}{5}$

(d) $T(S/R) = \frac{1}{2}m_1\vec{v_1}^2 + \frac{1}{2}m_2\vec{v_2}^2$

$\boxed{T(S/R) = \frac{1}{2}\times 4\times 4 + \frac{1}{2}\times 6\times 9 = 35 = T(S/R_G) + T(G/R)}$

(e) $\vec{J}_{(S/R)_O} = m_1\vec{r_1}\wedge\vec{v_1} + m_2\vec{r_2}\wedge\vec{v_2} = 4\times\begin{pmatrix}1+2t\\1\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix} + 6\times\begin{pmatrix}2\\\frac{1}{2}+3t\\0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}0\\3\\0\end{pmatrix}$

3 -



système : projectile + bloc

(a) entre t_1 et t_2 : choc inélastique

conservation de l'impulsion selon $\vec{i}$: $m v_0 + M \times 0 = (M+m) v_2$

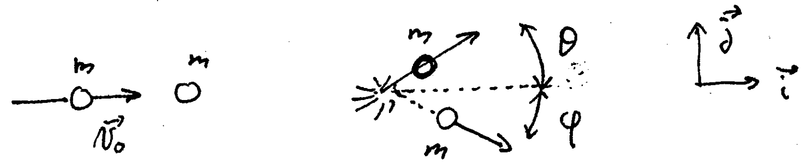
d'où : $\boxed{\vec{v}_2 = \dfrac{m}{M+m} v_0 \, \vec{i}}$

(b) entre t_2 et t_3 : conservation de l'énergie mécanique pour le système projectile + bloc : $Ec_2 + Ep_2 = Ec_3 + Ep_3$

$$\frac{1}{2}(M+m) v_2^2 + 0 = 0 + (m+M) g h$$

$$\boxed{h = \frac{1}{2}\frac{v_2^2}{g} = \frac{1}{2}\left(\frac{m}{M+m}\right)^2 \frac{v_0^2}{g}}$$

4 -



vitesses après le choc de même module v

(a) • conservation de l'impulsion : (1) $m v_0 = m v \cos\theta + m v \cos\varphi$ (selon $\vec{i}$)

(2) $0 = m v \sin\theta + m v \sin\varphi$ (selon $\vec{j}$)

la seconde équation indique que $\boxed{\varphi = -\theta}$

(b) • conservation de l'énergie ?

$Ec_{init} = \frac{1}{2} m v_0^2$ $\qquad Ec_{final} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = m v^2$

si on a un choc élastique alors $Ec_{final} = Ec_{init}$

donc $\boxed{v = \dfrac{v_0}{\sqrt{2}}}$

alors l'équation (1) dit que $v_0 = \dfrac{v_0}{\sqrt{2}}\cos\theta + \dfrac{v_0}{\sqrt{2}}\cos\theta = \sqrt{2}\, v_0 \cos\theta$

donc $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\qquad \boxed{\theta = \dfrac{\pi}{4}}$

les deux vitesses sont perpendiculaires après le choc élastique